# Université Pierre et Marie Curie, Université Paris-Sud, École des Mines de Paris & École Nationale du Génie Rural des Eaux et des Forêts

DEA Hydrologie, Hydrogéologie, Géostatistique et Géochimie Filière Hydrologie et Hydrogéologie Quantitatives

Equivalence et profondeur d'investigation en panneau électrique 2D : bibliographie et analyse des outils existant

**Auteur: Edmundo PLACENCIA GOMEZ** 

Directeur(s) de recherche : M Roger GUÉRIN



UMR 7619 Sisyphe

Université Pierre et Marie Curie (Paris 6) tour 56, couloir 56-46, 3<sup>ème</sup> étage case 105 4 place Jussieu 75252 Paris Cedex 05







Septembre 2004



# TABLE DES MATIERES

|  |   |   |   |   | P | age |
|--|---|---|---|---|---|-----|
| REMERCIEMENTS  |   |   |   |   | ٠ | 3   |
| INTRODUCTION   |   |   |   |   |   | 4   |
| I. GENERALITES   |   |   |   |   |   |     |
| I.1 Le problème direct et inverse en panneau électrique            |   |   |   |   |   |     |
| II. PANNEAU ELECTRIQUE 2D  |   |   |   |   |   |     |
| II.1 Introduction  |   |   |   |   |   | 6   |
| II.2 Profondeur d'investigation (DOI)                              |   |   |   |   |   |     |
| II.2.1 Estimation de la profondeur d'investigation (1D)            |   |   |   |   |   | 7   |
| II.2.2 Fonction de sensibilité                                     | • | • | • | • | • | •   |
| II.3 Problème d'équivalences                                       |   |   |   |   |   |     |
| II.3.1 Principe et paramètres de Dar Zarrouk                       |   |   |   |   |   | 11  |
| II.3.2 Problème d'équivalences en panneaux électriques 2D          |   |   |   |   |   |     |
| 11.3.2 Trobleme a equivalences en palmeaux electriques 2D          | • | • | • | • | • | 17  |
| III. INTERPRETATION DES MODELES SYNTHETIQUES                       |   |   |   |   |   |     |
| · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·                              |   |   |   |   |   | 16  |
| III.1 Introduction   |   |   |   |   |   |     |
| III.2 Interprétation de modèle CRC                                 |   |   |   |   |   | 16  |
| III.2.1 Approche de la solution d'équivalences                     |   |   |   |   |   | 18  |
| III.2.2 Estimation de la profondeur d'investigation de milieu CRC. |   |   |   |   |   | 22  |
| III.3 Interprétation de modèle RCR                                 |   |   |   |   |   |     |
| III.3.1 Estimation de la profondeur d'investigation de milieu RCR. |   |   |   |   |   | 28  |
|  |   |   |   |   |   |     |
| IV. APPLICATION A UN PROBLEME REEL                                 |   |   |   |   |   |     |
| IV.1 Introduction  |   |   |   |   |   | 30  |
| IV.2 Estimation de la profondeur d'investigation                   |   |   |   |   |   | 32  |
|  |   |   |   |   |   |     |
| CONCLUSIONS  |   |   |   |   |   | 34  |
|  |   |   |   |   |   |     |
| <b>ANNEXE A</b>  |   |   |   |   |   | 35  |
|  |   |   |   |   |   |     |
| ANNEXE B   | _ | _ |   |   |   | 36  |
|  | • | • | • | - | - | - • |
| BIBLIOGRAPHIE  |   |   |   |   |   | 37  |

# REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier :

Madame **Jeanne TABBAGH** pour m'avoir fournit l'outil que j'ai utilisé pour la représentation des modèles de résistivité par blocs, avec l'option de saturation en fonction de la sensibilité,

Monsieur Roger GUÉRIN qui m'a dirigé rigoureusement pendant tout le stage, je le suis entièrement reconnaissant,

Monsieur Pierre ANDRIEUX pour les idées qu'il m'apporté,

Monsieur Alain TABBAGH pour m'avoir accueilli au sein de l'UMR Sisyphe,

Monsieur Ghislain de MARSILY pour m'avoir permis d'arriver à Paris.

.....et à toutes les filles et les gars qui ont mangé avec moi n'importe où!

#### INTRODUCTION

Le but de la prospection électrique est de déterminer la résistivité (ou la conductivité) électrique du sous-sol en faisant des mesures en surface. Cette propriété physique est presque toujours conditionnée à la présence d'eau d'imbibition dans les roches (conduction volumique) en fonction de sa quantité et de sa qualité. A ces deux facteurs on peut ajouter la porosité (plus exactement la « tortuosité » qui exprime le mode de communication entre les pores) et le contenu en argile qui produit le phénomène de double couche électrique (conduction surfacique). La prospection électrique a été utilisé depuis plusieurs dizaines d'années en hydrogéologie (recherche d'aquifère, d'intrusion saline) et plus récemment aux problèmes de contamination de l'environnement.

Pour faire des études du sous-sol avec la résistivité, différents types de dispositif (différentes géométries des 4 électrodes : 2 d'injection, 2 de mesure) ainsi que différentes techniques de mesure électrique (sondage, profilage et panneau) sont utilisés. Dans ce travail on va étudier des propriétés des panneaux électriques. Cette technique de prospection permet d'étudier les variations de résistivité aussi bien latérales que verticales générées par des structures géologiques ou hétérogénéités dans une coupe du sous-sol délimitée par la ligne des électrodes en surface (cas du panneau 2D, en 3D il s'agit d'une nappe d'électrodes qui permet d'accéder à un bloc diagramme du sous-sol). Les valeurs mesurées correspondent à une intégration des résistivités et des géométries des différentes parties du sous-sol. Le géophysicien doit estimer la vraie distribution de résistivité dans le milieu à partir d'inversion et d'interprétation de pseudo-sections de résistivité apparente mesurées. La profondeur d'investigation prospectée correspond à la profondeur jusqu'à laquelle les mesures ont intégré des informations. Sa définition et sa sensibilité nécessitent d'être affinées pour donner une meilleure fiabilité des interprétations (caractérisation des objets ou des structures dans le sous-sol qu'on cherche à caractériser).

#### I. GENERALITES

# I.1 Le problème direct et inverse en panneau électrique

Le déroulement de l'utilisation de cette méthode est composé de deux parties : 1) l'acquisition des données ou mesures de résistivité électrique apparente en utilisant un ou plusieurs dispositifs selon la problématique posée, et 2) l'interprétation de ces données mesurées avec l'aide de logiciels existants.

Dans la pratique et de façon très générale on peut dire que lors de l'acquisition des données appelée aussi *problème direct* il n'existe pas de difficultés autres que la manipulation des appareils qu'on utilise (un générateur de courant électrique et un résistible) et la mise en œuvre des électrodes sur le sol. En revanche, les difficultés les plus importantes à considérer et qui correspondent au problème posé, concernent l'interprétation des données acquises.

L'interprétation de ces données appelée aussi *problème inverse* consiste à donner la solution la plus vraisemblable du modèle géologique (structure interne du sous-sol la plus proche de la réalité) qui a généré les résistivités apparentes mesurées avec le dispositif électrique utilisé (la non unicité ou le problème d'équivalences dans la solution du modèle se présente de manière inhérente dans le problème inverse). Le problème fondamental de l'interprétation des données du panneau électrique, est aussi bien de définir des structures verticales et horizontales à l'origine des mesures du sous-sol prospecté que de définir la profondeur jusqu'à laquelle ces mesures prennent en compte des informations du sous-sol (profondeur d'investigation). C'est la raison pour laquelle il existe un besoin d'analyser de manière un peu plus poussé les interprétations ou modèles obtenus donnés par des logiciels d'inversion utilisés.

# I.2 Problème posé

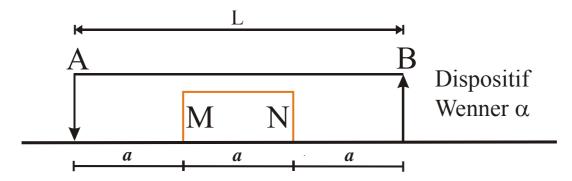
Dans la plupart des applications du panneau électrique à un problème réel, par exemple pour délimiter un aquifère ou pour caractériser des panaches de contamination dans le sous-sol, l'interprétation des données mentionnée ci-dessus est souvent difficile à bien réussir à cause de la complexité du milieu mais aussi à cause d'artefacts générés par le logiciel lors de l'inversion des données. L'objectif de ce travail est donc d'essayer de trouver une image amélioré du modèle géologique obtenu qui décrit de façon plus claire les interfaces ou contrastes de résistivités entre les structures du sous-sol, comme de donner une estimation de la fiabilité des données interprétées dans le sens de la profondeur d'investigation atteinte par le dispositif utilisé.

# II. PANNEAU ELECTRIQUE 2D

#### **II.1** Introduction

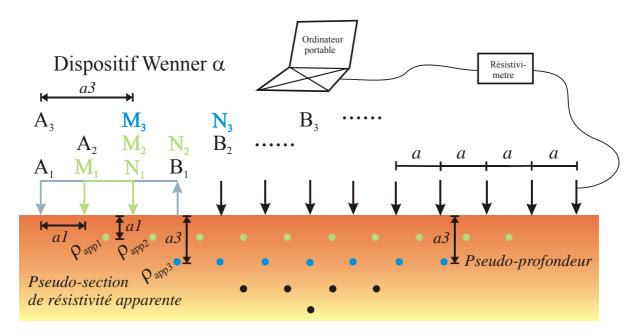
Le panneau électrique en 2D est une méthode de prospection électrique qui consiste à étudier les variations de résistivité aussi bien latérales que verticales générées par des structures géologiques ou des hétérogénéités dans une coupe du sous-sol délimitée par la ligne des électrodes équidistantes placées en surface. Dans ce cas, il est supposé que la résistivité ne change pas suivant la direction perpendiculaire à la ligne de prospection. L'obtention de données de résistivité se fait en mesurant la différence de potentiel entre deux électrodes souvent nommées M et N ou électrodes de potentiel au passage d'un courant électrique injecté par deux électrodes souvent nommées A et B ou électrodes de courant. L'agencement des électrodes définit le type du dispositif électrique utilisé dont le choix dépend des caractéristiques de chaque dispositif et de la problématique de l'étude.

Dans le but de mieux définir les variations verticales dans le sous-sol ainsi que la profondeur d'investigation du panneau électrique, on a choisi d'utiliser le dispositif Wenner  $\alpha$  (Figure 2.1) en raison de sa sensibilité aux changements à la verticale du centre du dispositif et de son utilisation assez répandue (même si actuellement, c'est l'emploi du dispositif pôle-dipôle qui se généralise). En général, le dispositif Wenner  $\alpha$  présente une bonne résolution aux changements verticaux (structures horizontales) et une relativement faible résolution aux changements horizontaux (structures verticales).



**Figure 2.1**. Dispositif Wenner α, A et B électrodes de courant, M et N électrodes de potentiel.

La mise en œuvre des électrodes d'un panneau électrique en surface avec le dispositif Wenner  $\alpha$  (Figure 2.2) consiste à utiliser un système multi électrode piloté par ordinateur qui définit quel est le quadripôle (4 électrodes = 2 d'injection, A et B, et 2 de mesure, M et N) utilisé, en suivant une séquence d'acquisition prédéfinie. La représentation conventionnelle de ces données acquises est appelée *pseudo-section de résistivité apparente* où l'axe vertical correspond à une *pseudo-profondeur*. Les mesures de résistivité apparente ( $\rho_{app}$ ) sont placées par convention au centre de quadripôle utilisé (suivant l'axe horizontal) et à une distance proportionnelle à la taille du quadripôle L ou *a* (suivant l'axe vertical) et suit un convention dépendant du dispositif (Hallof, 1957). L'interprétation des données de  $\rho_{app}$  se fait avec l'aide de logiciels d'inversion comme Res2dinv (Loke and Barker, 1996) qui permet d'obtenir un modèle de résistivités interprétées suivant une échelle de profondeurs vraies.



**Figure 2.2.** Mise en œuvre d'un panneau électrique 2D en utilisant le dispositif Wenner  $\alpha$  et pseudo-section de résistivité apparente.

# II.2 Profondeur d'investigation (DOI)

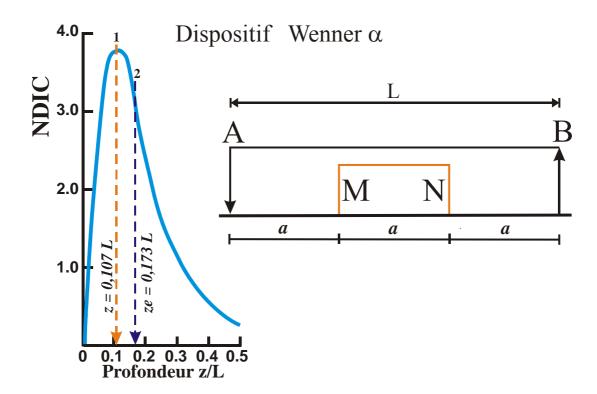
Le concept de la « profondeur d'investigation » (Depth Of Investigation - DOI) dans la prospection électrique fut introduit par les frères Schlumberger, initiateur des méthodes électriques, en 1932. Evjen (1938) l'a défini comme la profondeur dans le sous-sol à laquelle une couche de faible épaisseur exprime sa contribution maximale au signal total mesuré en surface. Dans un panneau électrique, que l'on peut voir comme la combinaison entre un sondage électrique (étude des variations verticales (1D) sous un point fixé – centre du dispositif – en surface) et un traîné électrique (étude des variations horizontales en déplaçant le dispositif à écartement fixé), ou encore comme la combinaison de plusieurs sondages électriques situés les uns à côté des autres, la profondeur d'investigation 2D peut être étudié à partir de la profondeur d'investigation 1D des sondages électriques « constituant » le panneau. En effet, le positionnement de la pseudo-profondeur des données de  $\rho_{app}$  mesurés du panneau électrique dans le logiciel Res2dinv suit la définition de Edwards (1977) pour l'estimation de la profondeur (effective ze) d'investigation (1D) (dont l'expression est cidessous).

#### II.2.1 Estimation de la profondeur d'investigation (1D)

En suivant la définition donnée par Evjen (1938), Roy et Apparao (1971) puis Roy (1972) ont calculé les contributions d'un milieu homogène et isotrope au signal mesuré (différence de potentiel) à partir d'une solution de la fonction de sensibilité ou dérivée de Frechet (McGillivray and Oldemburgh, 1990) pour plusieurs dispositifs. La valeur de la contribution individuelle de chaque couche de faible épaisseur à différentes profondeurs dans le sous-sol où l'ensemble constitue un milieu homogène sont intégrées et représentées par une courbe en fonction de la profondeur z s'appelant courbe de la profondeur d'investigation caractéristique (DIC). Cette courbe est normalisée par rapport à la géométrie du type du dispositif (agencement des 4 électrodes utilisé) et donne une courbe (NDIC) où la profondeur z sera fonction de la distance L entre le deux électrodes extrêmes du dispositif.

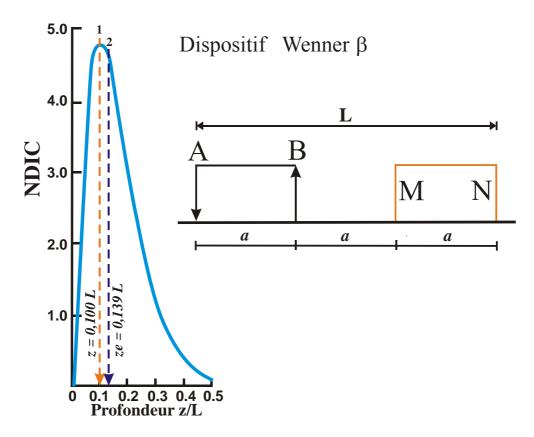
La Figure 2.3 montre la courbe **NDIC** pour le dispositif Wenner  $\alpha$  obtenu par Roy (1972). La profondeur z/L où cette courbe atteint la valeur maximum est la profondeur d'investigation du dispositif.

Cependant, Edwards (1977) puis Barker (1989), ont montré que la *profondeur effective* d'investigation ze proposée par Edwards (1977), semble être la manière la plus robuste d'estimer une valeur de la profondeur d'investigation. La profondeur effective ze (ou profondeur médiane) fut proposée de façon intuitive à partir des résultats obtenus par Roy et Apparao (1971). Cette profondeur est celle à laquelle la portion de terrain située au dessus de cette limite, a la même influence que la portion de terrain située au dessous, Figure 2.3.

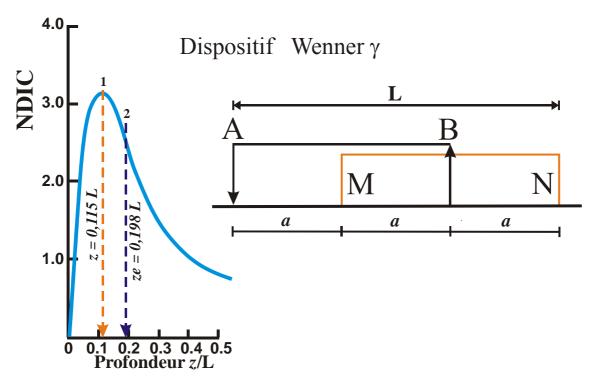


**Figure 2.3.** Courbe de profondeur d'investigation caractéristique (NDIC - 1D) pour le dispositif Wenner  $\alpha$ ; 1- profondeur d'investigation (DOI = z) d'après Roy (1972) et 2-profondeur d'investigation effective (DOI = ze) d'après Edwards (1977).

De manière comparative avec d'autres configurations de quadripôle gardant les mêmes positions que le dispositif Wenner  $\alpha$  mais en intervertissant les rôles des électrodes, les Figures 2.4 et 2.5 montrent des courbes **NDIC** pour les dispositifs Wenner  $\beta$  et Wenner  $\gamma$  ainsi que leurs valeurs de z et ze respectivement. Le Tableau 2.1 résume ces deux définitions.



**Figure 2.4.** Courbe de profondeur d'investigation caractéristique (NDIC - 1D) pour le dispositif Wenner  $\beta$ ; 1- profondeur d'investigation (DOI = z) d'après Roy (1972) et 2-profondeur d'investigation effective (DOI = ze) d'après Edwards (1977).



**Figure 2.5.** Courbe de profondeur d'investigation caractéristique (NDIC - 1D) pour le dispositif Wenner  $\gamma$ ; 1- profondeur d'investigation (DOI = z) d'après Roy (1972) et 2-profondeur d'investigation effective (DOI = ze) d'après Edwards (1977).

| Dispositifs |       | 'investigation<br>Roy, 1972) | Profondeur d'investigation<br>effective (d'après Edwards,<br>1977) |        |  |  |
|-------------|-------|------------------------------|--|--------|--|--|
|             | z/a   | z/L                          | ze / a   | ze / L |  |  |
| Wenner a    | 0,321 | 0,107                        | 0,519  | 0,173  |  |  |
| Wenner B    | 0,300 | 0,100                        | 0,417  | 0,139  |  |  |
| Wenner y    | 0,345 | 0,115                        | 0,594  | 0,198  |  |  |

**Tableau 2.1.** Profondeur d'investigation pour les dispositifs Wenner  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  d'après Roy (1972) et Edwards (1977).

On peut donc déterminer la profondeur d'investigation maximale atteinte pour chaque dispositif utilisé en faisant la multiplication entre l'écartement maximum a entre deux électrodes consécutives, ou la distance maximale  $\mathbf{L}$  entre les électrodes extrêmes, et le facteur de la profondeur montré dans le tableau 2.1. Par exemple, dans le cas du dispositif Wenner  $\alpha$ , si l'écartement maximum entre des électrodes est  $a_{\text{max}} = 84$  m ( $\mathbf{L}_{\text{max}} = 252$  m), la profondeur d'investigation atteinte d'après la définition de Edwards (1977) est ze = 0,519 x 84 = 43,6 m.

#### II.2.2 Fonction de sensibilité

La fonction de sensibilité pour chaque dispositif exprimée mathématiquement par la dérivée de Frechet (McGillivray and Oldemburgh, 1990) permet de savoir dans quelle mesure un changement de la résistivité dans une région du sous-sol influencera la mesure de la différence de potentiel en surface. Plus la valeur de la fonction de sensibilité est élevée, plus son influence sera grande. Avec cette fonction en 1D représentée par des courbes NDIC (qui donne la contribution totale d'une couche de faible épaisseur à la même profondeur z), la profondeur d'investigation du dispositif correspondant peut être déterminé de façon quantitative (Roy and Apparao, 1971). Pour étudier les caractéristiques d'un dispositif aux changements verticaux et horizontaux de la résistivité du sous-sol, la fonction de sensibilité doit être modifiée pour obtenir une solution en 2D, cela veut dire qu'il faut calculer les contributions totales au signal mesuré en surface dans une région particulière (x,z) du soussol. La solution est donnée par Loke and Barker, 1995. Le dispositif Wenner α est un dispositif robuste pour résoudre des changements verticaux (structures horizontales) car les contours des valeurs de la sensibilité sont quasiment horizontaux à l'aplomb du centre du dispositif. Ceci implique que le dispositif a une bonne résolution verticale (Figure A1, Annexe A).

#### II.3 Problème d'équivalences

# II.3.1 Principe et paramètres de Dar Zarrouk

Le principe d'équivalences correspond dans le cas le plus simple d'un milieu stratifié dont les interfaces sont parallèles à la surface, à avoir à partir de sondages électriques des courbes de résistivité apparente similaires (courbe théorique) obtenues en changeant les valeurs de la résistivité et de l'épaisseur (problème inverse) d'une couche dans laquelle sa résistivité est beaucoup plus grande ou moindre de celles qui se trouvent immédiatement au-dessus et endessous d'elle (Kunetz, 1966; Orellana, 1982). La Figure 2.6 montre le problème d'équivalences à partir d'un sondage électrique extrait d'un modèle stratifié à trois couches (modèle CRC -conducteur, résistant, conducteur- voir partie III).

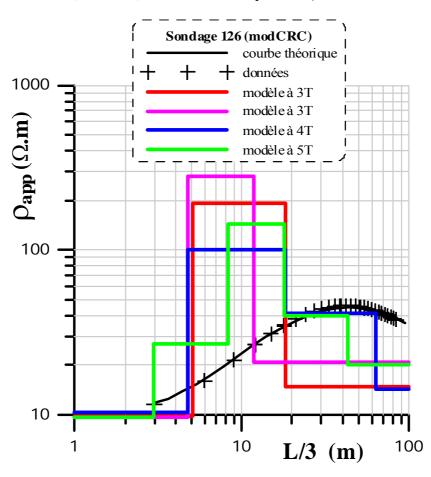
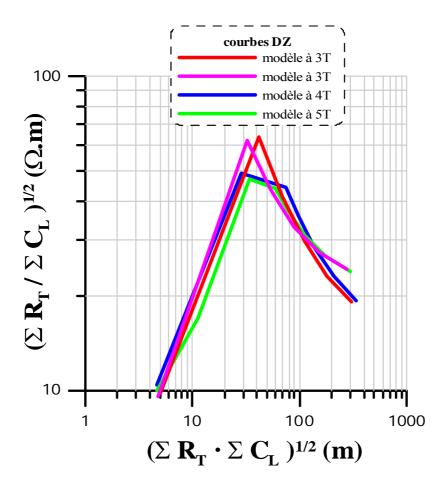


Figure 2.6. Problème d'équivalences (modèle CRC, partie III).

Ce phénomène fut étudié par Maillet (1947) qui a proposé des paramètres appelés de **Dar Zarrouk** (du nom d'une site en Tunisie où Maillet a travaillé avec CGG) qui sont utilisés dans la construction de courbes de résistivité apparente équivalentes lesquelles proposent une solution au problème d'équivalences en donnant une même solution pour tous les modèles « *équivalents* » obtenus (Figure 2.7)



**Figure 2.7.** Courbes de Dar Zarrouk (DZ) pour les différentes solutions du sondage de la Figure 2.6 donnant une même solution équivalente à 3T pour les quatre modèles *« équivalents »* proposés.

Ces courbes font intervenir des paramètres qui sont les conductances longitudinales  $C_L$  et les résistances transversales  $R_T$ . Une couche résistante entre deux conductrices se caractérise par sa résistivité transversale  $R_T$  ou le produit de sa résistivité par son épaisseur (expression 2.1), et une couche conductrice entre deux résistantes par sa conductance longitudinale  $C_L$  ou le rapport de son épaisseur par sa résistivité (expression 2.2). Ils sont définis par rapport à une colonne de section unitaire de 1 m² de section.

Pour un courant électrique perpendiculaire à la stratification, les différentes couches se comportent comme un système en série pour lequel leurs résistances sont sommées et la résistance totale des couches du milieu s'exprime comme :

(2.1) 
$$R_T = \sum e_i \rho_i$$
 (résistance transversale unitaire ohm ou  $\Omega$ )

Si maintenant, on suppose que les lignes de courrant sont parallèles à la stratification (système en parallèle), la conductance totale du milieu s'exprime comme :

(2.2) 
$$C_L = \sum \frac{e_i}{\rho_i}$$
 (conductance longitudinale unitaire siemens ou S, ou encore  $\Omega^{-1}$ )

La solution proposé au problème d'équivalences (Maillet, 1947), consiste à trouver un milieu homogène équivalent de tous les combinaisons possibles des paramètres respectivement  $\mathbf{R_T}$  ou  $\mathbf{C_L}$  dans le deux cas exposés précédemment respectivement CRC ou RCR; de cette manière on obtient les nouvelles courbes de résistivité apparente équivalentes.

Soit  $\mathbf{e} = \Sigma \mathbf{e_i}$  l'épaisseur totale du milieu stratifié avec  $\mathbf{R_T}$  et  $\mathbf{C_L}$  respectivement, on cherche à déterminer un milieu homogène de mêmes caractéristiques : c'est-à-dire qu'on calcule la résistivité moyenne qu'aurait une seule couche de même épaisseur  $\mathbf{e}$  qu'un milieu à  $\mathbf{n}$  couches de manière à ce que  $\mathbf{R_T}$  et  $\mathbf{C_L}$  soient aussi les mêmes (Figure 2.7). La résistivité moyenne ou équivalente transversale est appelé  $\mathbf{\rho_T}$  et la résistance moyenne ou équivalente longitudinale est appelé  $\mathbf{\rho_L}$  pour lequel les expressions 2.1 et 2.2 deviennent :

(2.3) 
$$R_T = e \rho_T$$
 et  $(2.4)$   $C_L = \frac{e}{\rho_L}$ 

Si ces deux résistivités  $\rho_T$  et  $\rho_L$  sont égales, on obtient un milieu homogène et isotrope (ce qui la plupart du temps n'est pas le cas).

Maillet (1947) a introduit la *pseudo-anisotropie* : 
$$A = \sqrt{\frac{\rho_T}{\rho_L}}$$
.

La résistivité moyenne est défini par :  $\rho_{\it m} = \sqrt{\rho_{\rm T} \cdot \rho_{\rm L}} \ .$ 

Et alors: 
$$\rho_T = A\rho_m$$
 et  $\rho_L = \frac{\rho_m}{A}$ .

Si on multiplie ces expressions par **e** et que l'on utilise les expressions 2.3 et 2.4, on obtient :

(2.5) 
$$R_T = Ae \rho_m$$
 et  $(2.6)$   $C_L = \frac{Ae}{\rho_m}$ .

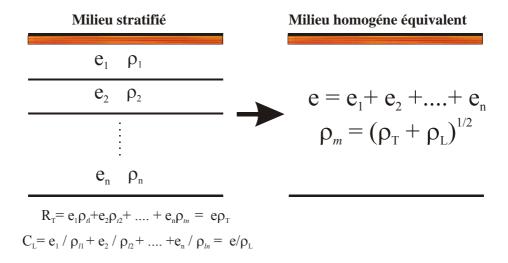
Cela veut dire qu'un milieu à une couche d'épaisseur Ae et résistivité  $\rho_m$  présente les mêmes  $\mathbf{R_T}$  et  $\mathbf{C_L}$  que le milieu à n couches d'origine. En résumé, pour passer d'un milieu homogène avec des valeurs  $\mathbf{R_T}$  et  $\mathbf{C_L}$  à un milieu à n couches identiques, il suffit de faire varier l'épaisseur d'une proportion  $\mathbf{A}$ .

Maillet (1947) a appelé la valeur de **Ae** *pseudo-épaisseur*. Si maintenant on considère l'épaisseur en fonction de la profondeur *z*, les expressions (2.5) et (2.6) deviennent :

(2.7) 
$$Az = (R_T \cdot C_L)^{1/2}$$
 et (2.8)  $\rho_m = (R_T / C_L)^{1/2}$ 

Où  $\mathbf{A}z$  est une *pseudo-profondeur* et  $\mathbf{\rho}_m$  est la *résistivité moyenne* correspondante (Orellana, 1982). A chaque partie du terrain entre la surface et une profondeur  $\mathbf{z}$  correspond une pseudo-profondeur  $\mathbf{A}z$  et une résistivité moyenne  $\mathbf{\rho}_m$  d'où il sera possible de construire des courbes  $\mathbf{\rho}_m = \mathbf{\rho}_m(\mathbf{A}z)$  appelées courbes de Dar Zarrouk avec les expressions suivantes (Maillet, 1947).

(2.8) 
$$Az = (\sum R_T \cdot \sum C_L)^{1/2}$$
 et (2.9)  $\rho_m = (\sum R_T / \sum C_L)^{1/2}$ 



**Figure 2.7.** Solution proposée au problème d'équivalences (Maillet, 1947).

# II.3.2 Problème d'équivalences en panneaux électriques 2D

Comme l'on a vu précédemment, il peut exister une infinité de solutions (des modèles 1D du sous-sol obtenus) dans l'inversion ou interprétations d'un sondage électrique. Aussi, dans le cas du panneau électrique, on peut avoir pour les mêmes données mesurées (*pseudo-section de*  $\rho_{app}$ ) une grande gamme de modèles du sous-sol (2D) qui génèrent la même *pseudo-section de*  $\rho_{app}$  *théorique* ou *calculée* à partir du modèle obtenu. Une solution proposé dans ce travail pour réduire le nombre de modèles possibles utilise les paramètres de Dar Zarrouk en interprétant la série de sondages électriques (**SE**) qui compose le panneau électrique puis en transformant ces sondages en courbe de Dar Zarrouk, enfin en reconstituant une sorte de panneau comme somme des différentes courbes de Dar Zarrouk.

Dans la partie suivante de ce travail on présente cette idée en utilisant un modèle synthétique (modèle CRC). La Figure 2.9 montre l'extraction des sondages à partir de la pseudo-section de résistivité apparente d'un panneau électrique obtenu avec un dispositif Wenner  $\alpha$ . La courbe de résistivité apparente sera alors fonction de la profondeur a ou L/3. Dans les endroits où la valeur de  $\rho_{app}$  n'est pas définie juste au centre du quadripôle utilisé (cas 1 et 3 de la Figure 2.9) on prend la valeur moyenne entre les deux valeurs voisines.

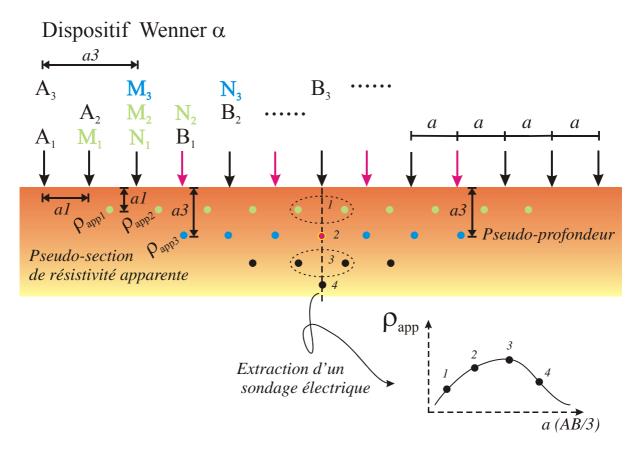


Figure 2.9. Extraction de sondages électriques à partir d'un panneau électrique 2D.

A l'heure actuelle le problème d'équivalences n'est pas traité par des logiciels d'inversion en 2D et la seule manière de réduire le nombre de solutions possibles du modèle géologique est en faisant des hypothèses a priori des caractéristiques du sous-sol lors de l'inversion des données. Hoffmann and Dietrich (2004) présentent une approche au problème d'équivalences en 2D à partir de l'analyse d'équivalences de sondages extraits du panneau pour générer des modèles initiales lors de l'inversion, c'est-à-dire de ne pas considérer un milieu homogène comme modèle initial (au contraire du logiciel Res2diny).

Fréquemment dans la pratique il est connu les valeurs vraies de résistivité et d'épaisseur d'une partie du sous-sol à prospecter, par exemple à partir de mesures de résistivité par diagraphies ou sur des affleurements. Cette information est possible d'être prise en compte dans le logiciel d'inversion Res2dinv en fixant les valeurs lors de l'inversion, de cette manière on limite le nombre de solutions et on obtient un modèle plus vraisemblable. Dans la partie suivante de ce travail, on présente l'inversion du panneau en fixant des valeurs connues sur le modèle synthétique CRC.

#### III. INTERPRETATION DE MODELES SYNTETIQUES

#### **III.1 Introduction**

Pour évaluer le problème posé, on a généré deux modèles synthétiques avec le logiciel Res2dmod (Geotomo Software, Loke and Barker, 1996) qui représentent un milieu stratifié à trois terrains : un premier modèle (Figure 3.1) Conducteur – Résistant – Conducteur (CRC) avec  $\rho_1 = 10 \ \Omega$ .m,  $e_1 = 5 \ m$ ;  $\rho_2 = 150 \ \Omega$ .m,  $e_2 = 30$ ,  $20 \ et \ 10 \ m$ ;  $\rho_3 = 15 \ \Omega$ .m, et un deuxième Résistant – Conducteur – Résistant (RCR) avec les mêmes épaisseurs que le premier modèle et des résistivités de  $\rho_1 = 100 \ \Omega$ .m;  $\rho_2 = 15 \ \Omega$ .m et  $\rho_3 = 150 \ \Omega$ .m. Le dispositif testé sur le deux modèles est le Wenner  $\alpha$ . On a simulé un panneau électrique 2D avec 85 électrodes placées avec un écartement  $\alpha = 3 \ m$  ( $\alpha = 100 \ \Omega$ ); cela veut dire qu'on a une écartement maximum ( $\alpha = 100 \ \Omega$ )  $\alpha = 100 \ \Omega$  m je quadripôle correspondant et que la profondeur maximale d'investigation estimée en suivant la définition d'Edwards (1977) est  $\alpha = 100 \ \Omega$ 0.

# III.2 Interprétation de modèle CRC

Le logiciel Res2dmod calcule la résistivité apparente (pseudo-section de résistivité apparente) ou résout le problème direct en 2D pour le modèle défini a priori (Figure 3.1). Pour faire l'inversion du panneau électrique (interprétation ou problème inverse), on a utilisé le logiciel Res2dinv (Geotomo Software, Loke and Barker, 1996). Ce logiciel donne une solution de résistivités interprétées ou modèle du sous-sol suivant une échelle de profondeur vraie.

L'inversion du panneau s'effectue en suivant certaines contraintes utilisées pour l'algorithme d'inversion. Le logiciel utilise par défaut la formulation *smoothness-constrained* qui a tendance à produire un modèle lisse dans les variations de résistivité en minimisant la différence au carré entre la valeur de résistivité apparente mesurée et la valeur calculée. Cette approche est acceptable lorsque les changements de la résistivité du sous-sol sont graduels. Dans notre cas, le modèle CRC est composé de régions homogènes avec des limites abruptes entre la deuxième et la troisième couche, de telle façon que le modèle obtenu n'est pas satisfaisant avec cette option d'inversion (Figure 3.2). La formulation robust inversion, normalement connu comme blocky inversion peut rendre de meilleurs résultats pour ce type de structures en minimisant les changements absolus de résistivité (Figure 3.3). Cette contrainte produit des modèles avec des limites abruptes entre les zones de valeur différente de résistivité, mais presque constante à l'intérieur de chaque zone.

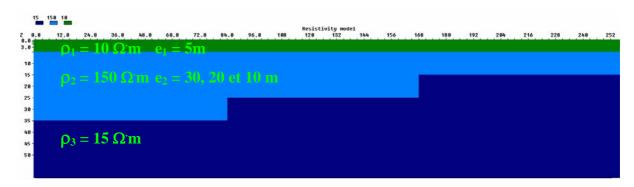
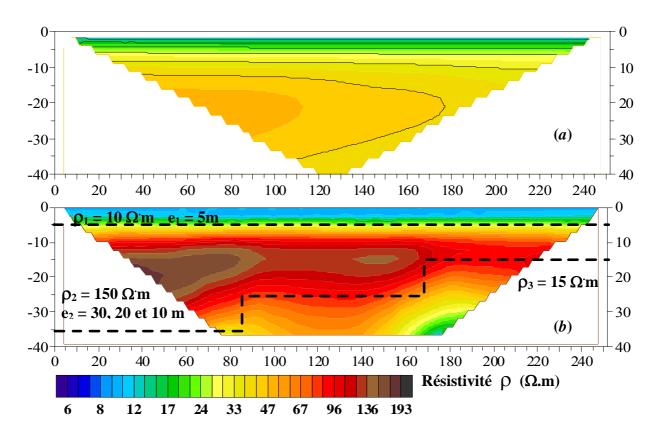
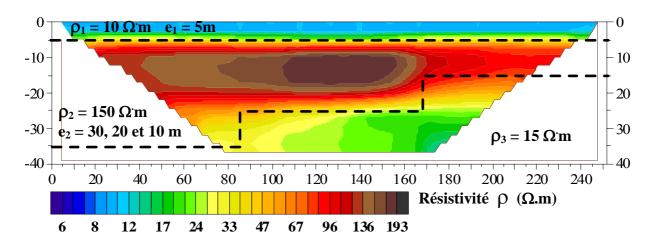


Figure 3.1. Modèle synthétique Conducteur-Résistant-Conducteur (CRC).



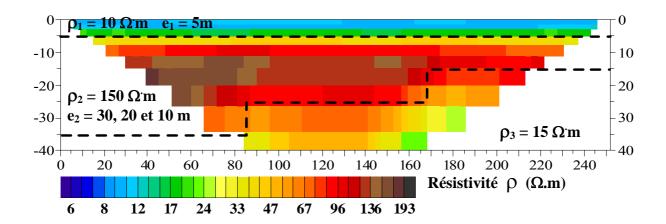
**Figure 3.2.** (a) Pseudo-section de résistivité apparente modèle CRC avec un dispositif Wenner  $\alpha$  (b) Inversion du panneau électrique avec l'option *smoothness-constrained*.



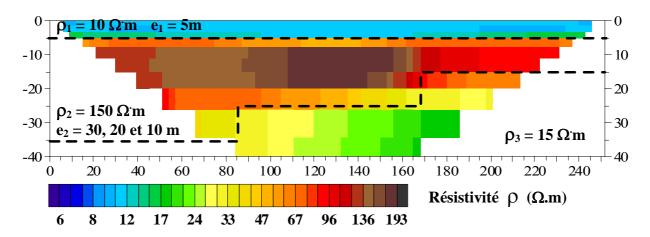
**Figure 3.3.** Inversion du panneau avec l'option *robust inversion* sur le modèle CRC avec un dispositif Wenner  $\alpha$ .

On pense qu'une manière plus robuste d'analyser l'image est la représentation par blocs de résistivité plutôt que celle par contours d'isorésistivités qui est l'option par défaut de Res2dinv pour représenter les modèles (ce logiciel travaille avec une géométrie de modèles définie sur une *maille* ou *cellules de résistivité*).

Les Figure 3.4 et 3.5 montrent l'image du modèle obtenu par blocs de résistivité après l'inversion respectivement avec l'option para défaut *smoothness-constrained* et en utilisant l'inversion robuste (*robust inversion*).



**Figure 3.4.** Représentation du modèle CRC par blocs de résistivité - *smoothness-constrain inversion*.



**Figure 3.5.** Représentation du modèle CRC par blocs de résistivité - *robust inversion*.

Avec les résultats obtenus, on constate que l'option *robust inversion* (Figure 3.5) retrouve mieux le modèle synthétique initial du sous-sol que l'option *smoothness-constrained* (Figure 3.4).

# III.2.1 Approche de la solution d'équivalences

De la pseudo-section de résistivité apparente du modèle CRC on a extrait et interprété 16 sondages électriques tout le long du panneau électrique. La solution à l'interprétation des sondages n'est pas unique, on a obtenu des modèles géologiques à 3, 4 et 5 terrains avec un bon calage avec la courbe de résistivité apparente (voir Figure 2.6). Pour obtenir un modèle géologique « *unique* » du sous-sol, on a calculé les paramètres de Dar Zarrouk (**DZ**) pour chaque modèle obtenu précédemment. Le Tableau 3.1 résume le calcul des paramètres de DZ pour les modèles à 3 et 4 terrains du sondage situé à l'abscisse 126 (**S126**) du panneau (les courbes DZ ont été montrées à la Figure 2.7).

On a mené l'ensemble des calculs des courbes de DZ à partir du modèle à 4 terrains puis on les a combiné pour obtenir une image d'isovaleurs de résistivité moyenne ( $\rho_m$ ). On appelle cette représentation en 2D du modèle « *unique* et équivalent » **Panneau Dar Zarrouk** (Figure 3.6).

| ρ (Ω.m)   | <b>e</b> (m) | $\mathbf{R_T} (\Omega.\text{m}^2)$ | $\mathbf{C}_{\mathbf{L}}\left(\Omega^{\text{-1}}\right)$ | $\Sigma \mathbf{R_T}$ $(\Omega.\text{m}^2)$ | $\Sigma \mathbf{C_L}$ $(\Omega^{-1})$ | $\rho_{m}\left(\Omega.m\right)$ | Az (m)        |
|---|--------------|------------------------------------|--|---|---------------------------------------|---------------------------------|---------------|
| 9.78  | 5.12         | 50.07                              | 0.52   | 50.07                                       | 0.52                                  | 9.81                            | 5.10          |
| 192.9   | 13.18        | 2542.42                            | 0.07   | 2592.49                                     | 0.59                                  | 66.38                           | 39.05         |
| 14.86   | 15           | 222.90                             | 1.01   | 2815.39                                     | 1.60                                  | 41.98                           | 67.07         |
| 14.86   | 30           | 445.80                             | 2.02   | 3261.19                                     | 3.62                                  | 30.03                           | 108.60        |
| 14.86   | 60           | 891.60                             | 4.04   | 4152.79                                     | 7.65                                  | 23.29                           | 178.29        |
| 14.86   | 120          | 1783.20                            | 8.08   | 5935.99                                     | 15.73                                 | 19.43                           | 305.57        |
| 14.86 paramètres DZ ( <b>S126</b> ) à partir d'un modèle à 3 terrains |              |                                    |  |   |                                       |                                 |               |
| ρ (Ω.m)   | <b>e</b> (m) | $\mathbf{R_T} (\Omega.\text{m}^2)$ | $\mathbf{C}_{\mathbf{L}}\left(\Omega^{-1}\right)$        | $\Sigma \mathbf{R_T}$ $(\Omega.\text{m}^2)$ | $\Sigma \mathbf{C_L}$ $(\Omega^{-1})$ | $\rho_{m}\left(\Omega.m\right)$ | <b>Az</b> (m) |
| 10.4  | 4.72         | 49.09                              | 0.45   | 49.09                                       | 0.45                                  | 10.44                           | 4.70          |
| 99.59   | 13.59        | 1353.43                            | 0.14   | 1402.52                                     | 0.59                                  | 48.90                           | 28.68         |
| 41.58   | 45.78        | 1903.53                            | 1.10   | 3306.05                                     | 1.69                                  | 44.26                           | 74.69         |
| 14.25   | 15           | 213.75                             | 1.05   | 3519.80                                     | 2.74                                  | 35.84                           | 98.21         |
| 14.25   | 30           | 427.50                             | 2.11   | 3947.30                                     | 4.85                                  | 28.54                           | 138.30        |
| 14.25   | 60           | 855.00                             | 4.21   | 4802.30                                     | 9.06                                  | 23.03                           | 208.54        |
| 14.25   | 120          | 1710.00                            | 8.42   | 6512.30                                     | 17.48                                 | 19.30                           | 337.36        |
| 14.25 paramètres DZ (S126) à partir d'un modèle à 4 terrains          |              |                                    |  |   |                                       |                                 |               |

**Tableau 3.1.** Calcul des paramètres de Dar Zarrouk pour le sondage *S126*.

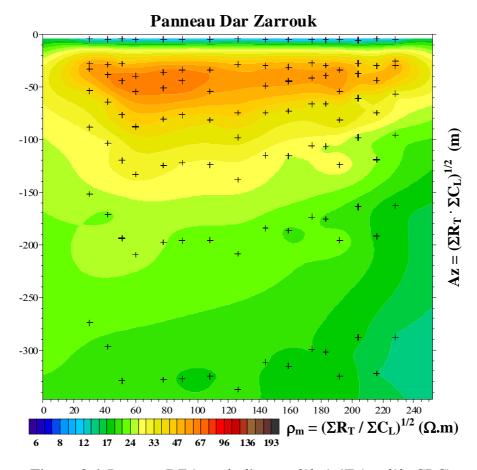
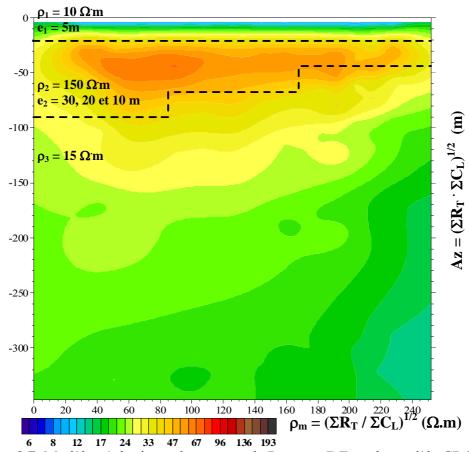


Figure 3.6. Panneau DZ à partir d'un modèle à 4T (modèle CRC).

Le modèle géologique obtenu avec le **Panneau DZ** nous donne une idée très générale des structures du sous-sol. Caractériser la vraie profondeur avec succès des interfaces reste trop difficile (Figure 3.7).



**Figure 3.7.** Modèle géologique obtenu avec le Panneau DZ sur le modèle CRC.

Afin de limiter le nombre de solutions possibles du modèle géologique à l'origine des mesures, on a fixé des valeurs de résistivité et d'épaisseur (valeurs connus) lors de l'inversion dans Res2dinv, en deux points du panneau. Les points fixés se trouvent à 20 m de distance l'un de l'autre aux abscisses  $x_1 = 112$  et  $x_2 = 132$  (Figures 3.8 et 3.10). Pour comparer les résultats en fonction de la position des points « fixés », on a changé les points en  $x_1 = 50$  et  $x_2 = 126$  (Figures 3.9 et 3.11).

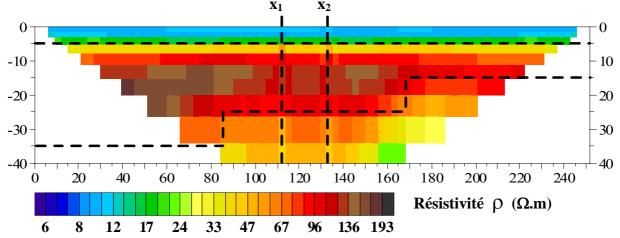


Figure 3.8. Modèle obtenu CRC avec l'option *smoothness-constrain inversion* et des valeurs connus de résistivité et d'épaisseur fixés en  $\mathbf{x}_1 = 112$  et  $\mathbf{x}_2 = 132$ .

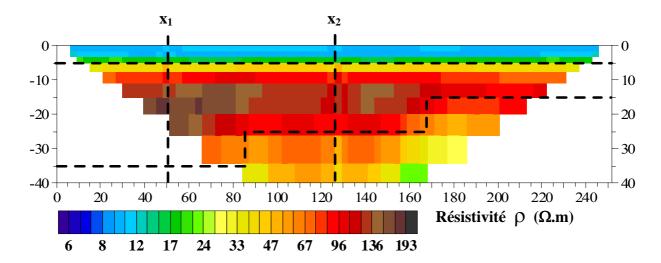


Figure 3.9. Modèle obtenu CRC avec l'option *smoothness-constrain inversion* et des valeurs connus de résistivité et d'épaisseur fixés en  $\mathbf{x}_1 = 50$  et  $\mathbf{x}_2 = 126$ .

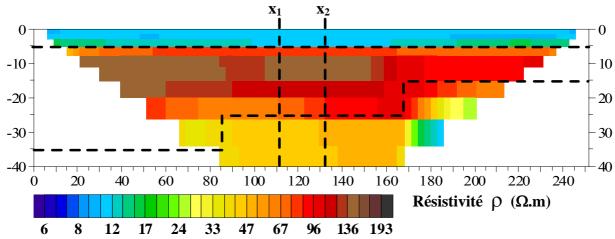


Figure 3.10. Modèle obtenu CRC avec l'option *robust inversion* avec des valeurs connus de résistivité et d'épaisseur fixés en  $\mathbf{x_1} = 112$  et  $\mathbf{x_2} = 132$ .

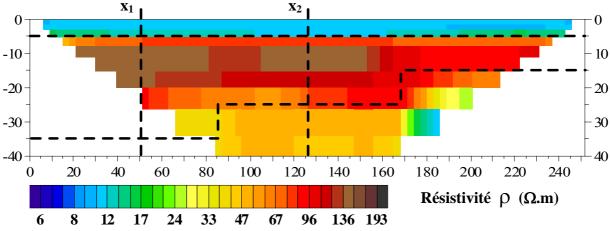


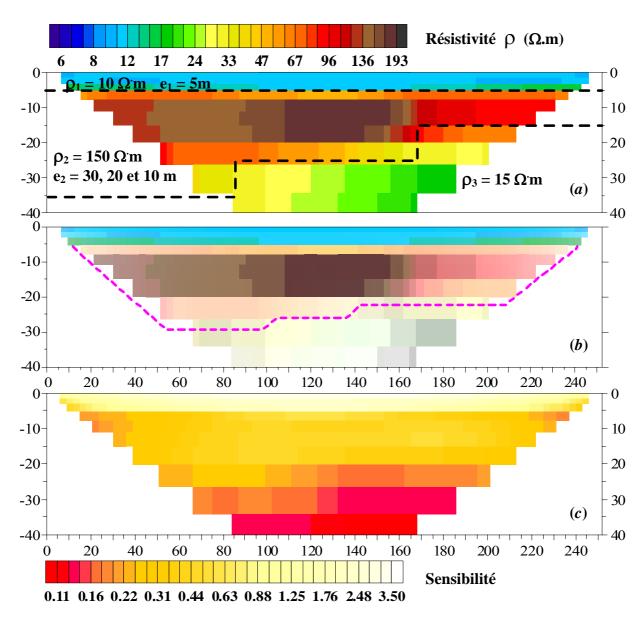
Figure 3.11. Modèle obtenu CRC avec l'option *robust inversion* avec des valeurs connus de résistivité et d'épaisseur fixés en  $\mathbf{x_1} = 50$  et  $\mathbf{x_2} = 126$ .

Les différences entre les modèles sans et avec des informations connus lors de l'inversion sont évidentes surtout avec l'inversion robuste : on obtient une meilleure définition des interfaces du sous-sol dans les premières mètres du sous-sol.

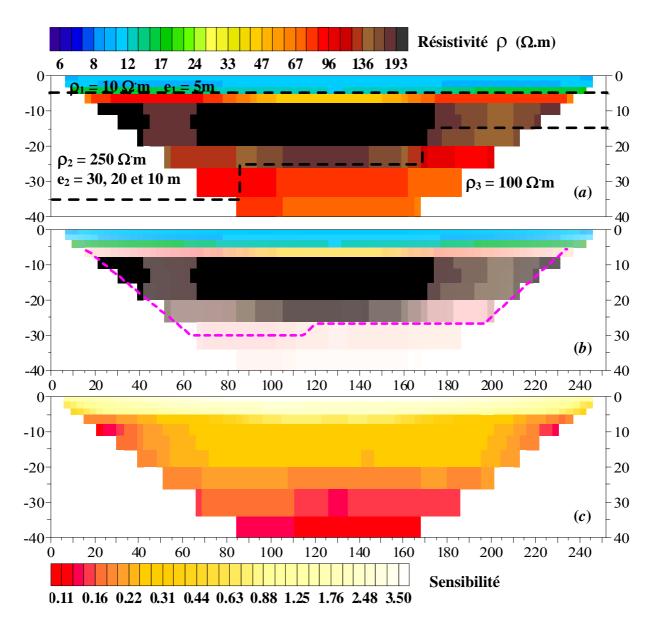
# III.2.2 Estimation de la profondeur d'investigation de milieu CRC

Pour donner une estimation de la profondeur d'investigation en panneau électrique 2D atteint par le dispositif utilisé (dans ce travail le dispositif Wenner α), on s'est basé dans notre étude sur la fonction de sensibilité (partie II.2.2). Cela veut dire que la profondeur d'investigation est considérée comme étant la profondeur jusqu'à laquelle les caractéristiques ou des structures du sous-sol détectés dans les modèles géologiques obtenus (inversion du panneau) sont influencés ou contrôlés par les mesures du potentiel en surface par le dispositif. Nous avons choisi de représenter les modèles géologiques par *blocs de sensibilité* à partir d'une image par *bloc* où la couleur des *blocs* est assignée à la valeur de résistivité dans chaque *bloc*, et la saturation à la valeur de sensibilité pour le *bloc* correspondant (voir Annexe B). Ainsi, avec ces deux types d'information ressemblés dans une même image, il est possible de distinguer par la saturation de la couleur « *de la résistivité* » la profondeur jusqu'à laquelle les informations du sous-sol obtenu dans le modèle sont fiables.

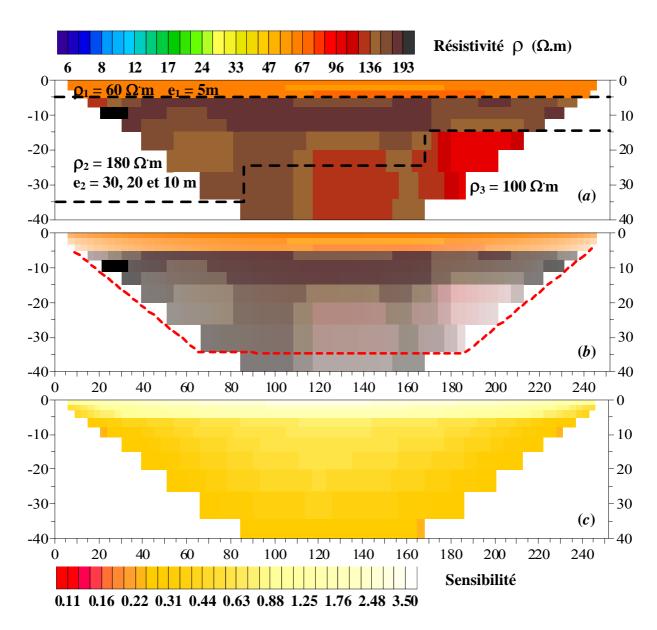
La profondeur d'investigation est fortement influencée par la présence de structures conductrices et bien sûr par la position des quatre électrodes du dispositif. Pour analyser la profondeur d'investigation atteint pour le dispositif on a changé les contrastes de résistivité dans le modèle CRC: **modèle CRC\_1**:  $\rho_1 = 10 \ \Omega$ .m;  $\rho_2 = 250 \ \Omega$ .m;  $\rho_3 = 100 \ \Omega$ .m (Figure 3.13); **modèle CRC\_2**:  $\rho_1 = 60 \ \Omega$ .m;  $\rho_2 = 180 \ \Omega$ .m;  $\rho_3 = 100 \ \Omega$ .m (Figure 3.14). Délimiter la profondeur d'investigation dans tous le cas peut être arbitraire.



**Figure 3.12. modèle CRC** (a) Résistivité interprétée (b) Profondeur d'investigation DOI (c) Sensibilité



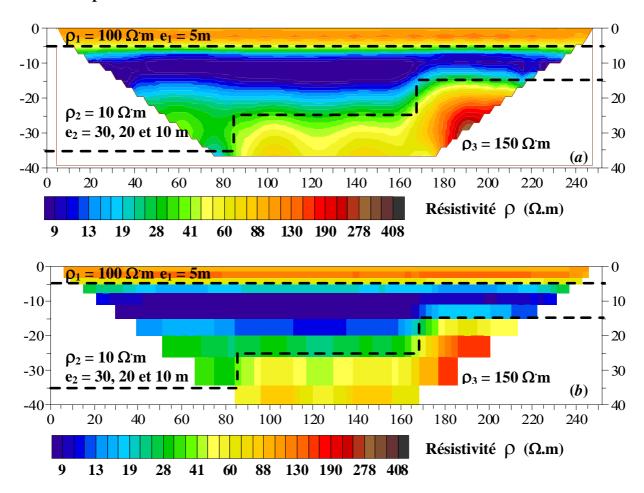
**Figure 3.13. modèle CRC\_1** (a) Résistivité interprétée (b) Profondeur d'investigation DOI (c) Sensibilité.



**Figure 3.14. modèle CRC\_2** (a) Résistivité interprétée, (b) Profondeur d'investigation DOI (c) Sensibilité.

Des résultats obtenus à partir des valeurs de sensibilité, on observe une meilleure fiabilité des mesures et une profondeur d'investigation plus grande pour le modèle CRC\_2 où le contraste de résistivité entre les deux dernières couches est le plus petit. Pour un contraste de résistivité plus grand, la sensibilité des mesures aux premiers mètres du sous-sol est plus faible, d'où une profondeur d'investigation atteinte pour le dispositif plus petite (modèle CRC et modèle CRC\_1). On constate aussi que la qualité des mesures dans un milieu résistant n'est pas satisfaisante.

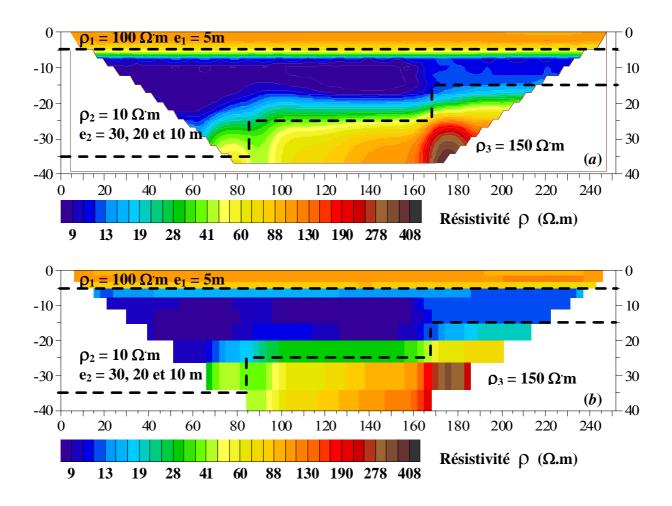
# III.3 Interprétation de modèle RCR



**Figure 3.15.** Inversion du panneau électrique sur le modèle RCR (*smoothness-constrain inversion*) avec un dispositif Wenner  $\alpha$ : (a) représentation par contours de iso-résistivité et (b) représentation par blocs.

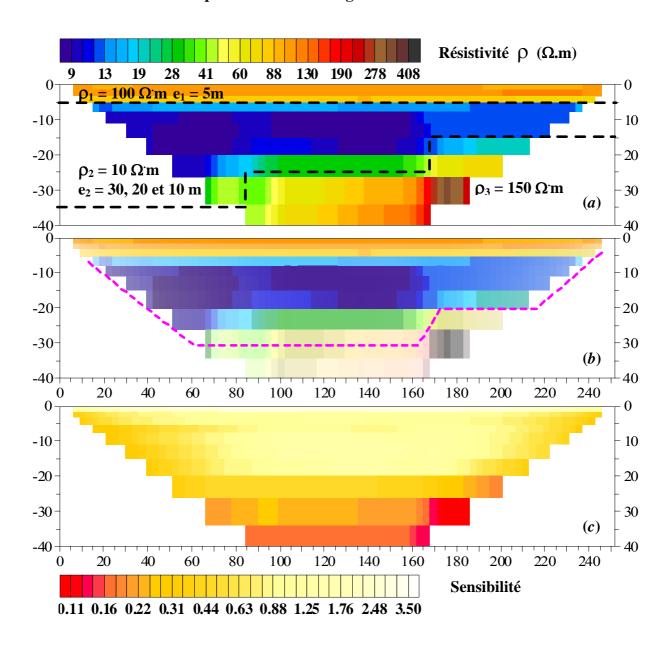
Comparant le deux modèles proposés (CRC-Figure 3.2, 3.4 et RCR-Figure 3.15) on observe que la deuxième couche (*conductrice*) du modèle RCR est mieux définie que la deuxième couche (*résistante*) du modèle CRC. On constate que dans un milieu conducteur il y aura une meilleure qualité de données mesurées.

La Figure 3.16 présente l'inversion du panneau en utilisant la formulation *robust inversion*. La caractérisation du milieu donne une meilleure approximation des valeurs de résistivité pour les deux premières couches. La représentation par blocs dans les deux cas d'inversion donne une meilleure définition de la profondeur des interfaces du milieu.



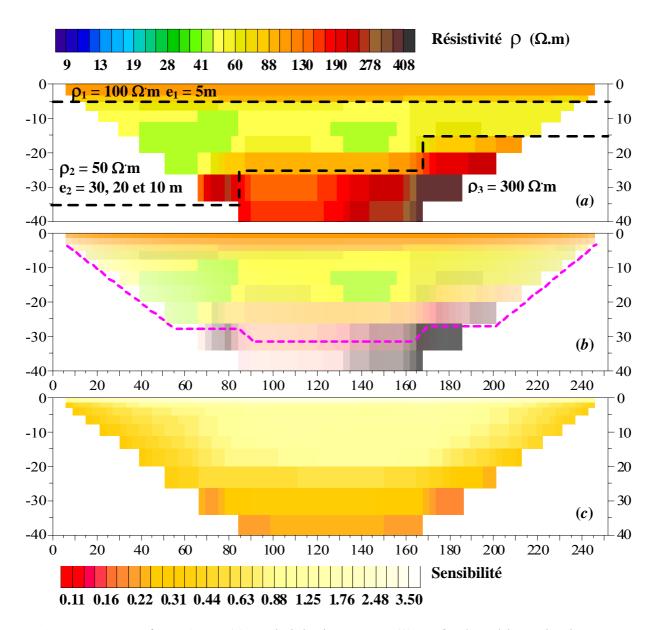
**Figure 3.16.** Inversion robuste (*robust inversion*) du panneau électrique sur le modèle RCR avec un dispositif Wenner  $\alpha$ : (a) représentation par contours de isorésistivité et (b) représentation par blocs.

# III.3.1 Estimation de la profondeur d'investigation de milieu RCR

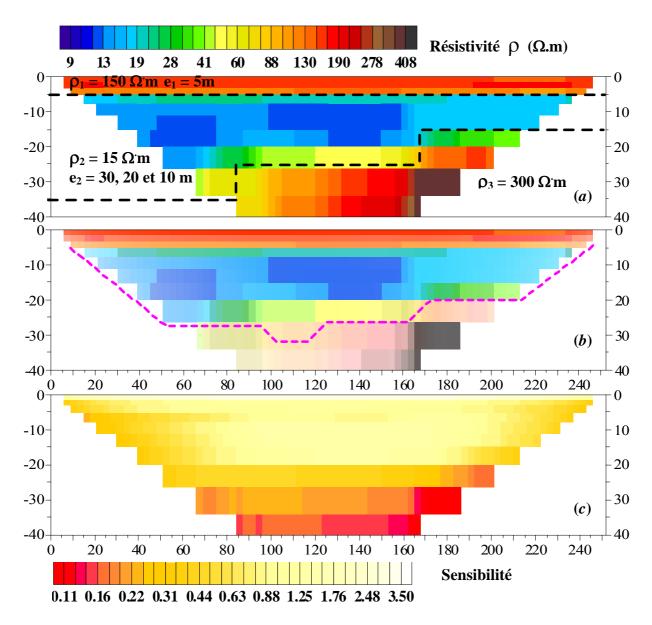


**Figure 3.17. modèle RCR** (*a*) Résistivité interprétée (*b*) Profondeur d'investigation DOI (*c*) Sensibilité.

Pour analyser la profondeur d'investigation du dispositif on a utilisé les modèle **RCR\_1**:  $\rho_1 = 100 \ \Omega.m$ ;  $\rho_2 = 50 \ \Omega.m$ ;  $\rho_3 = 300 \ \Omega.m$  (Figure 3.18); et **RCR\_2**:  $\rho_1 = 150 \ \Omega.m$ ;  $\rho_2 = 15 \ \Omega.m$ ;  $\rho_3 = 300 \ \Omega.m$  (Figure 3.19).



**Figure 3.18. modèle RCR\_1** (a) Résistivité interprétée (b) Profondeur d'investigation DOI (c) Sensibilité.



**Figure 3.19. modèle RCR\_2** (a) Résistivité interprétée, (b) Profondeur d'investigation DOI (c) Sensibilité.

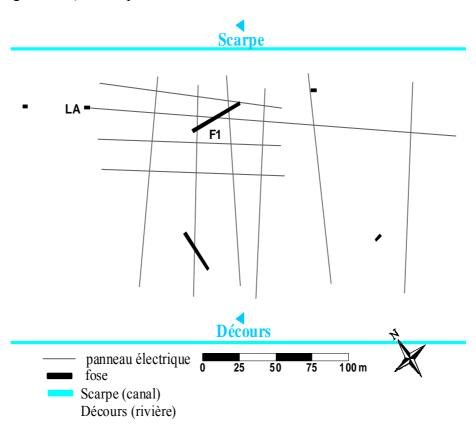
On peut distinguer qu'avec un contraste de résistivité entre les deux dernières couches plus petit (modèle RCR\_1), la profondeur d'investigation estimée est aussi plus grande, c'est-à-dire que l'on a une meilleure fiabilité dans les mesures.

# IV. APPLICATION A UN PROBLEME REEL

#### **IV.1 Introduction**

On a appliqué la méthodologie vue ci-dessus à des données réels afin d'estimer la profondeur d'investigation et valider les résultats des modèles obtenus. L'étude géophysique (des panneaux électriques et de la cartographie électromagnétique slingram) a été réalisée sur la friche industrielle de Mortagne-du-Nord (Guérin et al. 2002 ; Guérin et al. 2004). Il s'agit d'un problème de pollution du sous-sol par des métaux lourds (Zn, Pb, Cd, Cu). Désormais le site est rasé, et le sous-sol se caractérisent par des « matériaux non actifs » (carbonates et oxydes), et des « matériaux actifs » (sulfures et sulfates). Les panneaux électriques permettent de caractériser les principales zones polluées comme une anomalie de faible résistivité grâce à la forte minéralisation que produit le polluant dans l'eau d'imbibition des roches du sous-sol.

On a travaillé avec des donnés correspondant au panneau électrique **LA** (Figure IV.1) acquis avec un dispositif Wenner  $\alpha$  (a = 4 m). Afin de limiter le nombre de solutions du modèle géologique, on a pris en compte des valeur connus de résistivité et d'épaisseur à partir de la fosse **F1** (Figure IV.1) et comparé les résultats.



**Figure IV.1.** Distribution des panneaux électriques dans la zone d'étude (friche industrielle de Mortagne-du-Nord).

# IV.2 Estimation de la profondeur d'investigation

Les Figures suivantes montrent l'inversion du panneau LA (résistivité interprétée) pour l'estimation de la profondeur d'investigation. Dans le but de caractériser des zones polluées, il est possible de faire l'hypothèse de variations graduelles de résistivité du sous-sol. Pour cette raison, on a utilisé la formulation *smoothness-constrained* dans l'inversion des données. Avec la représentation par blocs, il a été possible de donner une image amélioré du modèle géologique obtenu afin de faire une meilleure interprétation des résultats (définir les principales anomalies de faible résistivité correspondant aux zones polluées). Notre but dans ce travail est de donner une estimation de la profondeur d'investigation atteinte pour le dispositif utilisé afin de valider les résultats. La Figure IV.2 montre un ordre de grandeur de la profondeur (DOI) jusqu'à laquelle la fiabilité des données peut être considéré pour bien caractériser la localisation (en 2D) des zones polluées. La Figure IV.3 présente les résultats en considérant des valeurs de résistivité et d'épaisseur connus lors de l'inversion.

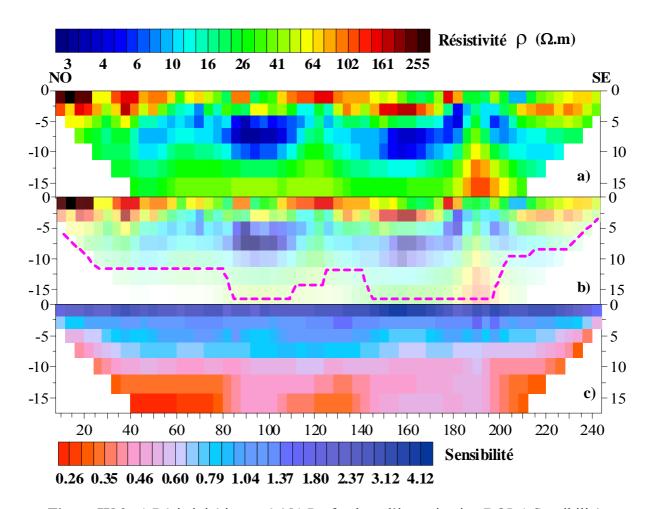
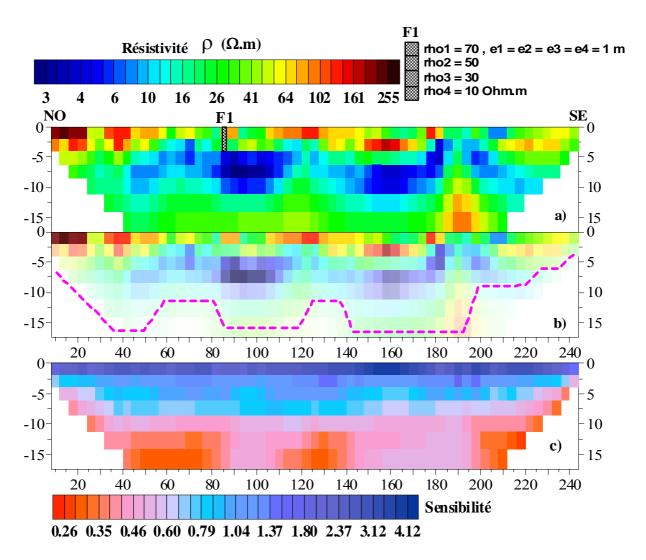


Figure IV.2. a) Résistivité interprété b) Profondeur d'investigation DOI c) Sensibilité



**Figure IV.3. a**) Résistivité interprété avec des valeurs connus **b**) Profondeur d'investigation DOI **c**) Sensibilité

Le modèle obtenu en utilisant des valeurs connus lors de l'inversion apporte une meilleure qualité aux valeurs de résistivité interprétée d'où des anomalies de faible résistivité (zones polluées) mieux définies. Ainsi, la validité de l'interprétation des données est meilleure et augmente la profondeur d'investigation estimée dans certaines parties.

#### **CONCLUSIONS**

Le critère pour donner une estimation de la profondeur d'investigation (DOI) est basé sur la qualité des données acquises en fonction de la *quantité* d'information contenue dans les mesures (sensibilité). Les expériences avec des modèles synthétiques aident à avoir une idée sur la profondeur que le dispositif peut atteindre en fonction du contraste de résistivités entre les différentes structures du sous-sol. Les valeurs de sensibilité sont très utiles pour estimer la profondeur d'investigation, car celle-ci est impossible à déterminer à partir de la représentation des résistivités interprétées seules.

La solution proposée au problème d'équivalence en 2D à partir du Panneau Dar Zarrouk donne une idée très générale du sous-sol quand on attend à trouver un milieu stratifié. Par ailleurs pour obtenir ce résultat, il faut faire un travail laborieux : calcul et interprétation d'un grand nombre de sondages extraits le long du panneau, pour donner finalement un résultat intéressant mais pas quantitatif sur la position exacte des structures. La seule manière de résoudre le problème d'équivalence est de faire des hypothèses sur la géologie du milieu à étudier.

# ANNEXE A : Sensibilité en 2D

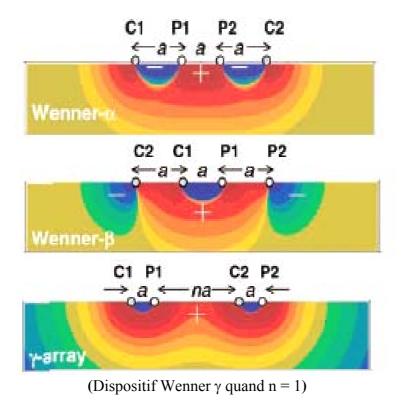


Figure A1. Représentation de la sensibilité 2D (Dahlin and Zhou, 2004).

# **ANNEXE B: Saturation**

Moduler la saturation de la couleur des valeurs de résistivité en fonction de la sensibilité consiste à modifier l'intensité de la couleur assignée à l'origine à chaque *bloc de résistivité* du modèle géologique obtenu. La couleur d'origine des blocs de résistivité est plus saturée (ou moins modifiés) si la valeur de sensibilité dans le *bloc de résistivité* est proche au valeur maximum. La Figure B1 montre la saturation des couleurs en suivant l'axe vertical, la saturation est maximum vers le haut et minimum vers le bas.

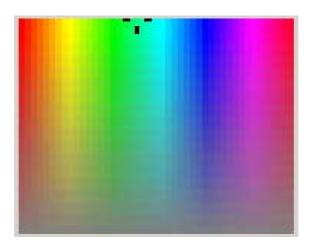


Figure B1. Saturation de couleur : maximal en haut et minimal en bas suivant l'axe vertical.

#### **BIBLIOGRAPHIE:**

- Apparao A. and Rao T.G. 1974. Depth of investigation in resistivity methods using linear electrodes. Geophysical Prospecting, 22, 211-223.
- Barker R.D. 1989. Depth of investigation of collinear symmetrical four-electrode arrays. Geophysics, 54, 8, 1031-1037.
- Bhattacharya B.B. and Dutta I. 1982. Depth of investigation studies for gradient arrays over homogeneous isotropic half-space. Geophysics, 47, 8, 1198-1203.
- Dahlin T. and Zhou B. 2004. A numerical comparison of 2D resistivity imaging with 10 electrode arrays. Geophysical Prospecting, 52, 379-398.
- Dey A. and Morrison H.F. 1979a. Resistivity modelling for arbitrary shaped two-dimensional structures. Geophysical Prospecting, 27, 1020-1036.
- Edwards L.S. 1977. A modified pseudosection for resistivity and induced-polarization. Geophysics, 42, 5, 1020-1036.
- Evjen H.M. 1938. Depth factor and resolving power of electrical measurements. Geophysics, 3, 78-95.
- Guérin R., Bégassat P, Benderitter Y., David J., Tabbagh A. and Thiry M. 2004. Geophysical study of the industrial waste land in Mortagne-du-Nord (France) using electrical resistivity. Near Surface Geophysics, 137-143.
- Guérin R., Panissod C., Thiry M., Benderitter Y., Tabbagh A. and Huet-Taillanter S. 2002. La friche industrielle de Mortagne-du-Nord (59) III Approche méthodologique d'étude géophysique non-destructive des sites pollués par des eaux fortement minéralisées. Bulletin de la Société Géologique de France, 173, 471-477.
- Hallof P.G. 1957. On the interpretation of resistivity and induced polarization measurements. Ph. D thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Hoffmann R. and Dietrich P. 2004. An approach to determine equivalent solutions to the geoelectrical 2D inversion problem. Journal of Applied Geophysics, 56, 2, 79-91.
- Kunetz G. 1966. Principles of direct current resistivity prospecting. Gebrüder-Bornträger, Berlin-Nikolassee, 103 p.
- Loke M.H, 1996-2002. Tutorial: 2D and 3D electrical imaging surveys. All rights reserved. 132 p.

- Loke M.H. 1997. Electrical imaging surveys for environmental and engineering studies: A practical guide to 2D and 3D surveys. Malaysia, 36 p.
- Loke M.H. and Barker R.D. 1995. Least-squares deconvolution of apparent resistivity pseudosections. Geophysics, 60, 1682-1690.
- Loke M.H. and Barker R.D. 1996. Rapid least-square inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newtow method. Geophysical Prospecting, 44, 2, 131-152.
- Maillet R. 1947. The fundamental equations of electrical prospecting. Geophysics, 12, 4, 529-556.
- McGillivray P.R. and Oldemburgh D. W. 1990. Methods for calculating Frechet derivatives and sensitivities for the non-linear inverse problem: A comparative study. Geophysical Prospecting, 38, 499-524.
- Oldemburgh D.W. and Li Y. 1999. Estimation depth of investigation in dc resistivity and IP surveys. Geophysics, 64, 2, 403-416.
- Orellana E. 1963. Properties and drawing of the so-called Dar Zarrouk curves. Geophysics, 28, 1, 99-110.
- Orellana E. 1982. Prospeccion geolectrica en corriente continua. Paraninfo 2<sup>ème</sup> édition, Madrid. 569 p.
- Roy A. and Apparao A. 1971. Depth of investigation in direct current methods. Geophysics, 36, 5, 943-959.
- Roy A., 1972. Depth of investigation in Wenner three-electrode and dipole-dipole DC resistivity methods. Geophysical Prospecting, 20, 329-340.